

فرآیندهای تصادفی در مالی

تألیف:

دکتر خدیجه حسنلو

با مقدمه دکتر حسین عبده تبریزی

نیاز دانش

سرشناسه	: حسنلو، خدیجه، ۱۳۶۰
عنوان و نام پدیدآور	: فرآیندهای تصادفی در مالی / تالیف خدیجه حسنلو؛ با مقدمه حسین عبده تبریزی.
مشخصات نشر	: تهران: نیاز دانش، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۱۸۶ ص.
شابک	: 978-600-7724-83-5
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
موضوع	: فراگردهای احتمالی
موضوع	: مهندسی مالی
شناسه افزوده	: عبده تبریزی، حسین، ۱۳۳۰، مقدمه‌نویس
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۶ ف۵/ج۵/ق۲۷۴ QA
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۹/۲۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۷۴۳۲۳۶
Stochastic processes	
Financial engineering	



نام کتاب	: فرآیندهای تصادفی در مالی
مؤلف	: خدیجه حسنلو
مدیر اجرایی - ناظر بر چاپ	: حمیدرضا محمد شیرازی - محمد شمس
ناشر	: نیاز دانش
صفحه‌آرا	: واحد تولید انتشارات نیاز دانش
نوبت چاپ	: اول - ۱۳۹۶
شمارگان	: ۱۰۰ نسخه
قیمت	: ۱۲۰۰۰۰ ریال

شابک: ISBN:978-600-7724-83-5

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۲۴-۸۳-۵

هرگونه چاپ و تکثیر (اعم از زیراکس، بازنویسی، ضبط کامپیوتری و تهیه‌ی CD) از محتویات این اثر بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع است، متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از مؤلفان، مصنفان و هنرمندان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

آدرس انتشارات: تهران، میدان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، تقاطع وحید نظری، پلاک ۲۵۵، طبقه ۱، واحد ۲

۰۲۱-۶۶۴۷۸۱۰۶-۶۶۴۷۸۱۰۸-۰۹۱۲۷۰۷۳۹۳۵

www.Niaze-Danesh.com

مشاوره جهت نشر: ۲۱۰۶۷۰۹ - ۹۱۲

آغاز سخن

خواننده‌ی محترم!

کاربردهای گسترده‌ی فرایندهای تصادفی و روش‌های مارتینگل در مالی در سال‌های اخیر توجه بسیار به خود جلب کرده است. مثلاً، می‌دانیم مجله‌ی معتبر *فرایندهای تصادفی و کاربردهای آن* (Stochastic Processes and Their Applications) سال‌هاست که منتشر می‌شود. با نگاهی به فهرست مقاله‌های منتشرشده در این مجله، درمی‌یابیم که بسیاری از آن‌ها به حوزه‌ی مالی مرتبط است: یکی کاربردهای فرایندهای تصادفی را در نظریه‌ی معاملات مداوم دنبال می‌کند، دومی از کاربرد آن در تصمیم‌گیری در شرایط عدم‌اطمینان صحبت می‌کند، سومی اثر این فرایندها را در سوآپ‌های نکول اعتباری پی می‌گیرد، چهارمی کاربردها را در حوزه‌ی صنعت بیمه دنبال می‌کند، ... و آن دیگری به نحوه‌ی استفاده از مدل‌های انتشار در قیمت‌گذاری و پوشش مشتقه‌ها اختصاص دارد.

مؤلف در یازده فصل این کتاب نه فقط مفاهیم مربوط به فرایندهای تصادفی را توضیح می‌دهد، بلکه انواع این فرایندها (مارکف، گام تصادفی، انتشار، ...) را شرح می‌دهد. توضیح وی از مارتینگل‌ها به کار هر پژوهشگری می‌آید که در قیمت‌گذاری دارایی‌ها کار می‌کند، و شرحی که وی از کاربرد فرایندهای تصادفی در نظریه‌ی آربیتراژ، مشتقه‌ها و مدیریت ریسک ارائه می‌کند، مفید و آموزنده است.

این کتاب به کار همه‌ی دانشجویان، مدیران و پژوهشگران حوزه‌ی مالی می‌آید که به مباحثی چون «نظریه‌ی مالی»، «مهندسی مالی» و یا «مشتقه‌ها» علاقه‌مندند. در واقع، آنان بدون دانش اولیه از فرایندهای تصادفی دشوار بتوانند چنین موضوعاتی را دنبال کنند و یا قادر باشند مقاله‌های نشریات مالی تخصصی دنیا را بخوانند.

امید می‌رود جلد دوم این کتاب نیز آماده‌ی نشر شود. در آن جلد مباحثی چون معادلات تکامل،

معادله‌ی چپمن کولموگروف، فرایندهای قطعی (معادله‌ی لیوویل)، گام تصادفی زمان مداوم، انتگرال گیری تصادفی، معادله‌ی لانگوین، الگوریتم‌های اویلر-مارویاما، الگوریتم میلستین، مدل واسچک، مدل کاکس-اینگرسول-راس، فرایند ریلی وپسل، ... را می‌توان پوشش داد.

نگارش این کتاب از ریاضی‌دانی ساخته است که «مالی» را هم بداند؛ چنین است که سرکار خانم دکتر حسنلو برای انجام این مهم حائز همه‌ی شرایط است.

ارادتمند

حسین عبده تبریزی

اول خردادماه ۱۳۹۶

پیشگفتار

از خلاف آمد عادت بطلب کام که من کسب جمعیت از آن زلف پریشان کردم

در سال‌های اخیر رشته‌ی مهندسی مالی در مقطع کارشناسی ارشد دانشگاه‌های کشور، با استقبال گرم فارغ‌التحصیلان رشته‌های مختلف نظیر مهندسی صنایع، مدیریت مالی، ریاضیات، حسابداری و ... مواجه شده است. مسیر توسعه‌ی این رشته‌ی تحصیلی جذاب، قطعاً با تألیف کتاب‌های درسی مناسب هموارتر می‌شود.

درس فرآیندهای تصادفی یکی از درس‌های اصلی رشته‌ی مهندسی مالی می‌باشد که پیش‌نیاز اغلب درس‌های این رشته بوده و از اهمیت خاصی برخوردار است. بنابراین، نیاز به منابع فارسی که مفاهیم پیچیده این درس را به بیانی قابل فهم برای دانشجویان و به صورت کاربردی توضیح دهد، به شدت احساس می‌شود. به رغم ده‌ساله شدن مهندسی مالی در ایران، هیچ مرجع فارسی مناسبی در این حوزه تدوین نشده است. از این‌رو، ما حاصل شش سال تدریس درس فرآیندهای تصادفی در مالی و تلاش بی‌وقفه در گردآوری سرفصل‌ها و محتوای جامع برای آن مبتنی بر منابع معتبر و به‌روز را در تألیف کتاب پیش‌رو به کار گرفتیم؛ امید است این تلاش بتواند بخشی از نیاز جامعه‌ی دانشگاهی را پاسخگو باشد.

این کتاب نخست، مقدمات و پیش‌نیازهای بحث را با ترتیبی مناسب و پیوسته در فصل‌های ابتدایی بیان می‌کند و سپس با معرفی فرآیندهای تصادفی مارکف، فرآیندهای تولد و مرگ، مدل گام تصادفی و مدل‌های انتشار، خواننده را برای ورود به کاربردهای مالی در فرآیندهای تصادفی آماده می‌کند. دانشجویان کارشناسی ارشد مهندسی مالی که از رشته‌های غیرمهندسی به این رشته آمده‌اند و در درک بعضی مفاهیم ریاضی مشکلاتی دارند، با خواندن این فصل‌ها، قادر به درک و

حل مسایل مربوط به فرآیندهای تصادفی مالی خواهند شد.

در فصول انتهایی کتاب، مباحث کاملاً تخصصی از جمله قیمت گذاری مشتقه‌ها از طریق مارتینگل‌ها، قیمت گذاری آربیتراژ و معادلات دیفرانسیل تصادفی و جزئی بررسی می‌شود. در فصل پایانی کتاب به فرآیندهای انتشار-پرش پرداخته شده که کاربرد وسیعی در مهندسی مالی و بخصوص قیمت گذاری مشتقه‌ها دارد.

کتاب با ارائه مثال‌های مناسب در حوزه مالی در کنار مسائل پایان هر فصل، به خواننده در درک عمیق‌تر مفاهیم کمک می‌کند. لازم به ذکر است که آشنایی کافی با احتمالات و معادلات دیفرانسیل، در یادگیری مباحث این کتاب مورد نیاز است.

از خوانندگان عزیز درخواست می‌شود با ارائه نقطه نظرهای خود، به افزایش غنای این کتاب در ویرایش‌های بعدی کمک کنند.

خدیجه حسنلو

استادیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه خاتم

فهرست مطالب

فصل ۱ مروری بر نظریه احتمالات و متغیرهای تصادفی

۱-۱	تعاریف	۱۱
۲-۱	متغیر تصادفی	۱۴
۳-۱	توزیع‌های پرکاربرد گسسته	۱۵
۴-۱	توزیع‌های شرطی برای متغیرهای گسسته	۱۶
۵-۱	توزیع‌های پرکاربرد پیوسته	۱۷
۶-۱	چند قضیه پرکاربرد در احتمالات	۱۸
۷-۱	آشنایی باتوابع زاینده	۲۰
۱-۷-۱	توزیع‌های مرکب	۲۲
۲-۷-۱	تابع زاینده(مولد) گشتاور	۲۳
۲۵	مسائل	

فصل ۲ مقدمه‌ای بر فرآیندهای تصادفی

۱-۲	انواع فرآیندهای تصادفی	۲۷
۲-۲	مانایی	۲۹
۳-۲	ارگودیسیتی	۳۴
۴-۲	فرآیند شمارشی	۳۵
۴۰	مسائل	

فصل ۳ فرآیندهای مارکف

۱-۳	فرآیندهای مارکف گسسته (زنجیره‌های مارکف)	۴۱
۲-۳	زنجیر ارنفست	۴۶

۴۷ زمان اصابت	۳-۳
۵۰ طبقه‌بندی وضعیت‌ها و زنجیره‌ها	۴-۳
۵۷ فرآیندهای مارکف در زمان پیوسته	۵-۳
۵۷ فرآیند پواسون	۶-۳
۶۱ مسائل	

فصل ۴ فرآیند گام تصادفی

۶۳ مقدمه	۱-۴
۶۴ ورشکستگی قمارباز (نابودی بازیگر)	۲-۴
۶۸ مدل‌های پیشرفته‌تر گام تصادفی	۳-۴
۶۹ فرضیه گام تصادفی و کارایی بازار	۴-۴
۷۲ فرآیند گام تصادفی قیمت سهم	۵-۴
۷۵ مسائل	

فصل ۵ فرآیندهای همگن تولد و مرگ

۷۷ فرآیند تولد ساده	۱-۵
۷۹ فرآیند مرگ ساده	۲-۵
۸۰ فرآیند تولد-مرگ	۳-۵

فصل ۶ فرآیندهای انتشار

۸۳ تعاریف	۱-۶
۸۵ فرآیند وینر	۲-۶
۸۸ فرآیند وینر تعمیم یافته	۳-۶
۸۹ فرآیند ایتو	۴-۶
۹۰ فرآیند قیمت سهام	۵-۶
۹۲ مدل با زمان گسسته	۶-۶
۹۳ شبیه‌سازی مونت کارلو	۷-۶
۹۵ لم ایتو	۸-۶
۹۶ کاربرد برای پیمان‌های آتی	۹-۶
۹۸ انتقادهای وارد شده به حرکت برآونی هندسی	۱۰-۶

مسائل ۹۹

فصل ۷ مارتینگل‌ها

- ۱-۷ تعریف ریاضی (حالت زمان گسته) ۱۰۱
- ۲-۷ مارتینگل‌های زمان پیوسته ۱۰۴
- ۳-۷ کاربرد مارتینگل‌ها در قیمت‌گذاری دارایی‌ها ۱۰۵
- ۴-۷ نقش مارتینگل‌ها در مدلسازی تصادفی ۱۰۷
- ۵-۷ مثال‌هایی از مارتینگل‌ها ۱۰۹
- ۶-۷ تجزیه دوب مایر ۱۱۵
- ۷-۷ روش‌های مارتینگل و قیمت‌گذاری ۱۱۹
- ۸-۷ تفاوت بین فرآیند مارتینگل و فرآیند گام تصادفی ۱۲۵
- مسائل ۱۲۷

فصل ۸ قیمت‌گذاری آربیتراژ

- ۱-۸ مقدمه ۱۲۹
- ۲-۸ نظریه آربیتراژ ۱۳۱
- مسائل ۱۳۹

فصل ۹ پویایی‌های مربوط به قیمت مشتقه‌ها (معادلات دیفرانسیل تصادفی)

- ۱-۹ مقدمه ۱۴۱
- ۲-۹ یک توصیف هندسی از مسیرهای ضمنی SDEها ۱۴۳
- ۳-۹ راه حل SDEها ۱۴۵
- ۱-۳-۹ انواع راه حل‌ها ۱۴۵
- ۲-۳-۹ کدام راه حل کامل تر است؟ ۱۴۷
- ۴-۹ مدل‌های اصلی SDEها ۱۴۸
- ۱-۴-۹ SDEهای خطی با ضریب ثابت ۱۴۸
- ۲-۴-۹ SDEهای هندسی ۱۵۰
- ۳-۴-۹ فرآیند ریشه دوم ۱۵۱
- ۴-۴-۹ فرآیند بازگشت به میانگین ۱۵۲

- ۱۵۴ اورنشتین- اولنیک ۵-۴-۹
- ۱۵۵ مسائل

فصل ۱۰ قیمتگذاری مشتقه‌ها (معادلات دیفرانسیل جزئی)

- ۱-۱۰ تشکیل پرتفوی بدون ریسک ۱۵۷
- ۲-۱۰ دقت روش ۱۶۱
- ۳-۱۰ معادلات دیفرانسیل جزئی ۱۶۳
- ۱-۳-۱۰ چرا PDE یک معادله است؟ ۱۶۴
- ۲-۳-۱۰ منظور از شرط مرزی چیست؟ ۱۶۴
- ۴-۱۰ طبقه‌بندی PDEها ۱۶۵
- ۱-۴-۱۰ PDE خطی مرتبه اول ۱۶۶
- ۱۶۷ مسائل

فصل ۱۱ فرآیندهای انتشار- پرش

- ۱-۱۱ مقدمه ۱۶۹
- ۲-۱۱ فرآیندهای لوی ۱۷۰
- ۳-۱۱ فرآیندهای فرا لوی ۱۷۶
- ۴-۱۱ کالیبره کردن مدل ۱۷۷
- ۵-۱۱ پوشش ریسک پرش ۱۸۰
- ۶-۱۱ مدیریت ریسک در مدل‌های پرش ۱۸۳